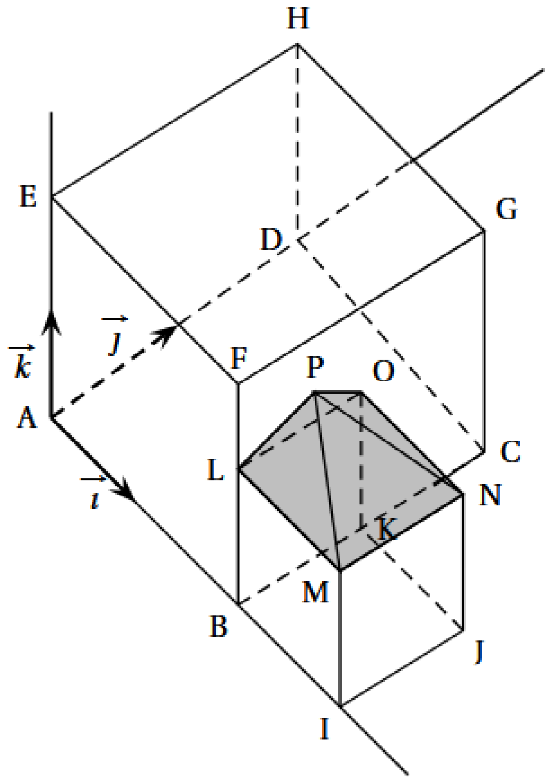
**Exercice**

La figure ci-dessous correspond à la maquette d'un projet architectural.
Il s'agit d'une maison de forme cubique (ABCDEFGH) accolée à un garage de forme cubique (BIJKLMNO) où L est le milieu du segment [BF] et K est le milieu du segment [BC].
Le garage est surmonté d'un toit de forme pyramidale (LMNOP) de base carrée LMNO et de sommet P positionné sur la façade de la maison.




On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$, avec $\vec{\imath}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\vec{\jmath}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\vec{k}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

1. **a.** Par lecture graphique, donner les coordonnées des points H, M et N.
   **b.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (HM).
2. L'architecte place le point P à l'intersection de la droite (HM) et du plan (BCF).
   Montrer que les coordonnées de P sont $\left(2\,;\,\frac{2}{3}\,;\,\frac{4}{3}\right)$.
3. **a.** Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$.
   **b.** Calculer la distance PM.
   On admet que la distance PN est égale à $\frac{\sqrt{11}}{3}$.
   **c.** Pour satisfaire à des contraintes techniques, le toit ne peut être construit que si l'angle $\widehat{MPN}$ ne dépasse pas 55°.
   Le toit pourra-t-il être construit ?
4. Justifier que les droites (HM) et (EN) sont sécantes.
   Quel est leur point d'intersection ?

**Exercice**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points

$$A(-1\,;\,-3\,;\,2),\qquad B(3\,;\,-2\,;\,6)\quad \text{et}\quad C(1\,;\,2\,;\,-4).$$

**1.** Démontrer que les points A, B et C définissent un plan que l'on notera $\mathscr{P}$.

**2.** **a.** Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}13\\-16\\-9\end{pmatrix}$ est normal au plan $\mathscr{P}$.

**b.** Démontrer qu'une équation cartésienne du plan $P$ est $13x-16y-9z-17=0$.

On note $\mathscr{D}$ la droite passant par le point F(15 ; −16 ; −8) et orthogonale au plan $\mathscr{P}$.

**3.** Donner une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$.

**4.** On appelle E le point d'intersection de la droite $\mathscr{D}$ et du plan $\mathscr{P}$.

Démontrer que le point E a pour coordonnées $(2; 0; 1)$.

**5.** Déterminer la valeur exacte de la distance du point F au plan $\mathscr{P}$.

**6.** Déterminer les coordonnées du ou des point(s) de la droite $\mathscr{D}$ dont la distance au plan $\mathscr{P}$ est égale à la moitié de la distance du point F au plan $\mathscr{P}$.